

# การทดสอบค่าสูดต่างไปโดยใช้ *Grubbs' test*

จัดทำโดย กศนชบบันภกปฏิบัติ สถาบันสร้างสรรค์งานทดลอง  
กรมวิทยาศาสตร์บริการ

หากมีข้อมูลที่นี่ แล้วสงสัยว่าข้อมูลนี้มีค่าสูดต่างจากข้อมูลอื่นๆ ในชุดข้อมูลนั้น ซึ่งอาจมีสาเหตุจากความผิดพลาดต่างๆ ในขณะทำการทดสอบ เช่น การเตรียมตัวอย่าง การปนเปื้อนของสารรบกวน เครื่องมือ/อุปกรณ์ มีปัญหา ถ้ามีข้อมูลตั้งกล่าวไปคำนวณค่าสถิติอาจทำให้ค่าที่คำนวณได้เบี่ยงเบน เช่น ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าสูงมาก หรือค่าเฉลี่ยเบี่ยงเบนจากที่ควรจะเป็น โดยที่ไม่ทางทารานสาเหตุแน่นัดและมีเหตุผลชัดเจน เช่น มีการทดสอบเบื้องต้น ประเมิน การสอบเทียบหรือคำนวนไม่ถูกต้อง หรือวิเคราะห์ตัวอย่างผิด พิศวกรรม เป็นต้น ความสามารถดักจับตัวผู้ใดที่ไม่สามารถตรวจสอบค่าที่สงสัยนั้นว่าต่างจากกลุ่มอย่างมั่นใจสำคัญทางสถิติหรือไม่ หากการทดสอบมีนัยสำคัญสูงได้ว่าค่าที่สงสัยเป็นค่าสูดต่าง (outlier)

Outlier หมายถึง ข้อมูลที่มีค่าแตกต่างทั้งมากกว่าและน้อยกว่าจากข้อมูลในชุดเดียวกันมาก จึงกระเพี้ยนทำให้สงสัยว่าเป็นข้อมูลที่ไม่อยู่ในกลุ่มเดียวกัน เป็นสาเหตุให้ผลการวัดที่ใช้เป็นตัวแทนของกลุ่มคลาดเคลื่อนไป

การทดสอบ outlier ทำได้หลายวิธี เช่น นำข้อมูลลงในแผนภูมิควบคุม ใช้วิธีการทางสถิติ และเพื่อให้ได้ผลการวัดที่เป็นตัวแทนของตัวอย่างที่ถูกต้อง ควรพิจารณาตัดข้อมูลที่เป็น outlier ออก ในที่นี้จะกล่าวถึงเฉพาะ Grubbs' test ในการทดสอบ outlier

Grubbs' test เป็นการทดสอบค่าที่สงสัยโดยหาอัตราส่วนค่าความแตกต่างระหว่างค่าที่สงสัยกับค่าเฉลี่ยของตัวอย่างกับค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่ยังไม่ตัดค่าที่สงสัยออก นำค่าที่ได้ไปเทียบกับค่าวิกฤตที่กำหนดในตารางสถิติของ Grubbs' สามารถนำมาใช้ทดสอบค่าที่สงสัยได้ครั้งละ 1 ข้อมูล หรือ 2 ข้อมูล

## กรณีค่าที่สงสัยมีข้อมูลเดียว

มีขั้นตอนการทดสอบดังนี้

1. เรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก
2. ตั้งสมมติฐานของการทดสอบ

$H_0$  : ค่าที่สงสัย 1 ข้อมูล (ค่าน้อยที่สุด หรือคามากที่สุด) ไม่แตกต่างจากข้อมูลอื่น

$H_1$  : ค่าที่สงสัย 1 ข้อมูล (ค่าน้อยที่สุด หรือคามากที่สุด) แตกต่างจากข้อมูลอื่น

3. กำหนดระดับนัยสำคัญ ( $\alpha$ )

กำหนด  $\alpha = 0.01$  สำหรับการทดสอบ outlier

กำหนด  $\alpha = 0.05$  สำหรับการทดสอบ straggle ซึ่งเป็นเกณฑ์การตีกรอบก่อนข้อมูลเป็น outlier

4. คำนวณค่าเฉลี่ย และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$\text{ค่าเฉลี่ย} \quad \bar{x} = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p x_i$$

ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$\text{เมื่อ } p \text{ คือ จำนวนข้อมูลทั้งหมด} \quad s = \sqrt{\frac{1}{p-1} \sum_{i=1}^p (x_i - \bar{x})^2}$$

5. คำนวณค่าสถิติทดสอบ ( $G_{\text{exp}}$ ) จากสูตร

$$\diamond \text{ กรณีทดสอบข้อมูลที่มีค่าน้อยที่สุด} \quad G_{\text{exp}} = G_1 = \frac{(\bar{x} - x_1)}{s}$$

$$\diamond \text{ กรณีทดสอบข้อมูลที่มีคามากที่สุด} \quad G_{\text{exp}} = G_p = \frac{(x_p - \bar{x})}{s}$$

6. กำหนดค่าวิกฤต ( $G_{\text{crit}}$ ) จากตาราง Grubbs' test two-tailed ในตารางที่ 1 พิจารณาค่าวิกฤตในช่อง one largest or one smallest ที่ upper 1% สำหรับ  $\alpha = 0.01$  และ upper 5% สำหรับ  $\alpha = 0.05$

7. สรุปผล ถ้าค่าสถิติจากการคำนวณ ( $G_{\text{exp}}$ ) มากกว่าค่าวิกฤต ( $G_{\text{crit}}$ ) แสดงว่าค่าที่สงสัยเป็น outlier

## กรณีค่าที่สงสัยมี 2 ข้อมูล

มีขั้นตอนการทดสอบดังนี้

1. เรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก
2. ตั้งสมมติฐานของการทดสอบ

$H_0$  : ค่าที่สงสัย 2 ข้อมูล (ค่ามากที่ติดกันหรือค่าน้อยที่ติดกัน) ไม่แตกต่างจากข้อมูลอื่น

$H_1$  : ค่าที่สงสัย 2 ข้อมูล (ค่ามากที่ติดกันหรือค่าน้อยที่ติดกัน) แตกต่างจากข้อมูลอื่น

3. กำหนดระดับนัยสำคัญ

กำหนด  $\alpha = 0.01$  สำหรับการทดสอบ outlier

กำหนด  $\alpha = 0.05$  สำหรับการทดสอบ straggle

4. คำนวนค่าสถิติทดสอบ จากสูตร

กรณีทดสอบค่าที่สงสัยมี 2 ข้อมูล

$$G = \frac{s_{p-1,p}^2}{s_0^2}$$

โดยที่  $s_0^2 = \sum_{i=1}^p (x_i - \bar{x})^2$

$$\bar{x} = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p x_i$$

$$s_{p-1,p}^2 = \sum_{i=1}^{p-2} (x_i - \bar{x}_{p-1,p})^2$$

$$\bar{x}_{p-1,p} = \frac{1}{p-2} \sum_{i=1}^{p-2} x_i$$

กรณีทดสอบค่าที่สงสัยมีค่าน้อย

$$G = \frac{s_{1,2}^2}{s_0^2}$$

โดยที่  $s_{1,2}^2 = \sum_{i=3}^p (x_i - \bar{x}_{1,2})^2$

$$\bar{x}_{1,2} = \frac{1}{p-2} \sum_{i=3}^p x_i$$

5. กำหนดค่าวิกฤต ( $G_{crit}$ ) จากตาราง Grubbs' test two-tailed ในตารางที่ 1 พิจารณาค่าวิกฤตในช่อง two largest or two smallest ที่ lower 1% สำหรับ  $\alpha = 0.01$  และ lower 5% สำหรับ  $\alpha = 0.05$

6. สรุปผล ถ้าค่าสถิติจากการคำนวณ ( $G_{exp}$ ) น้อยกว่าค่าวิกฤต ( $G_{crit}$ ) แสดงว่าค่าที่สงสัยเป็น outlier

ตารางที่ 1 แสดงค่าวิกฤตของการทดสอบ Grubbs (Grubbs' test two-tailed)

p	one largest or one smallest		two largest or two smallest	
	upper 1%	upper 5%	lower 1%	lower 5%
7	2.139	2.020	0.0308	0.0708
8	2.274	2.126	0.0563	0.1101
9	2.387	2.215	0.0851	0.1492

p คือ จำนวนข้อมูล

ตัวอย่าง การวิเคราะห์ทำเบร์มาน polycyclic aromatic hydrocarbon (PAHs) ในตัวอย่างดิน ทำการวิเคราะห์ช้า 8 ครั้ง ได้ผลดังนี้ 5.00, 5.00, 5.10, 5.20, 5.10, 6.20, 5.15, 6.10 ข้อมูลที่นี้มี outlier หรือไม่ (เบร์ยนเทียบผลการทดสอบข้อมูลเดียว และ 2 ข้อมูล)

### วิธีที่ 2

- นำผลที่ได้เรียงจากน้อยไปมากได้ ดังนี้ 5.00, 5.00, 5.10, 5.10, 5.15, 5.20, 6.10, 6.20

### ทดสอบค่าที่ส่งสัญญาณข้อมูลเดียว

ในที่นี้จะพิจารณา 6.20 เป็นค่าที่ส่งสัญญาณ

- ตั้งสมมติฐานของการทดสอบ

$$H_0 : 6.20 \text{ ไม่แตกต่างจากข้อมูลอื่นๆ}$$

$$H_1 : 6.20 \text{ แตกต่างจากข้อมูลอื่นๆ}$$

- กำหนดระดับนัยสำคัญ

กำหนด  $\alpha = 0.01$  สำหรับการทดสอบ outlier

กำหนด  $\alpha = 0.05$  สำหรับการทดสอบ straggle

- คำนวณค่าเฉลี่ย และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$\begin{aligned} \text{คำนวณค่าเฉลี่ย} \quad \bar{x} &= \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p x_i \\ &= \frac{1}{8} (5.00 + 5.00 + 5.10 + \dots + 6.20) \\ &= 5.363 \end{aligned}$$

คำนวณค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$\begin{aligned} s &= \sqrt{\frac{1}{p-1} \sum_{i=1}^p (x_i - \bar{x})^2} \\ &= \sqrt{\frac{1}{8-1} (5.00 - 5.363)^2 + \dots + (6.20 - 5.363)^2} \\ &= 0.5062 \end{aligned}$$

- คำนวณค่าสถิติทดสอบ ( $G_{\text{exp}}$ ) จากสูตร

$$G_{\text{exp}} = G_p = \frac{(x_p - \bar{x})}{s} = \frac{6.20 - 5.363}{0.5062} = 1.65$$

- กำหนดค่าวิกฤต ( $G_{\text{crit}}$ ) จากตารางที่ 1

$\alpha = 0.01$  n = 8 ได้ค่า  $G_{\text{crit}} = 2.274$

$\alpha = 0.05$  n = 8 ได้ค่า  $G_{\text{crit}} = 2.126$

เปรียบเทียบค่าที่คำนวณได้กับค่าวิกฤต พบว่า ค่าที่คำนวณได้ ( $G_{\text{exp}} = 1.65$ ) น้อยกว่าค่าวิกฤต ( $G_{\text{crit}} = 2.274$ )

- สรุปผล การทดสอบไม่มีนัยสำคัญ ยอมรับสมมติฐานหลัก แสดงว่า 6.20 ไม่เป็น outlier

### ทดสอบค่าที่ส่งสัญญาณ 2 ข้อมูล

ในที่นี้จะพิจารณา 6.20 และ 6.10 เป็นค่าที่ส่งสัญญาณ

- ตั้งสมมติฐานของการทดสอบ

$$H_0 : 6.20 \text{ และ } 6.10 \text{ ไม่แตกต่างจากข้อมูลอื่นในกลุ่ม}$$

$$H_1 : 6.20 \text{ และ } 6.10 \text{ แตกต่างจากข้อมูลอื่นในกลุ่ม}$$

- กำหนดระดับนัยสำคัญ

กำหนด  $\alpha = 0.01$  สำหรับการทดสอบ outlier

กำหนด  $\alpha = 0.05$  สำหรับการทดสอบ straggle

### 3. คำนวณค่าสถิติทดสอบ

กรณีทดสอบค่าที่สังสัยมีค่ามาก

$$\begin{aligned}
 s_0^2 &= \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \\
 &= (5.00 - 5.363)^2 + \dots + (6.20 - 5.363)^2 \\
 \bar{x}_{p-1,p} &= \frac{1}{p-2} \sum_{i=1}^{p-2} x_i \\
 &= \frac{1}{8-2} (5.00 + 5.00 + 5.10 + 5.10 + 5.15 + 5.20) \\
 &= 5.092 \\
 s_{p-1,p}^2 &= \sum_{i=1}^{p-2} (x_i - \bar{x}_{p-1,p})^2 \\
 &= (5.00 - 5.092)^2 + (5.10 - 5.092)^2 + \dots + (5.20 - 5.092)^2 \\
 &= 0.032
 \end{aligned}$$

$$4. \text{ คำนวณค่าสถิติทดสอบ } G = \frac{s_{p-1,p}^2}{s_0^2} = \frac{0.032}{1.794} = 0.0178$$

5. กำหนดค่าวิกฤต ( $G_{\text{crit}}$ ) จากตารางที่ 1

$$\alpha = 0.01 \quad n = 8 \quad \text{ได้ค่า } G_{\text{crit}} = 0.0563$$

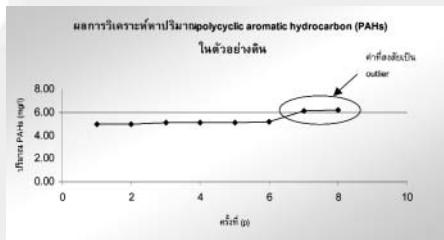
$$\alpha = 0.05 \quad n = 8 \quad \text{ได้ค่า } G_{\text{crit}} = 0.1101$$

เปรียบเทียบค่าที่คำนวณได้กับค่าวิกฤต พบร่วมค่าที่คำนวณได้ ( $G_{\text{exp}} = 0.0178$ ) น้อยกว่าค่าวิกฤต ( $G_{\text{crit}} = 0.0563$ )

6. สรุปผล การทดสอบมีนัยสำคัญ ปฏิเสธสมมติฐานหลัก แสดงว่า 6.20 และ 6.10 เป็น outlier

จากตัวอย่างที่กล่าวมา หากทดสอบค่าที่สังสัยครั้งละ 1 ข้อมูล สรุปว่าไม่มี outlier ทั้งนี้เนื่องจากค่า 6.20 ไม่แตกต่างจากค่า 6.10 ทำให้การทดสอบไม่มีนัยสำคัญ 6.20 ไม่เป็น outlier แต่เมื่อทดสอบค่าที่สังสัยพ่วงกัน 2 ค่า พบว่า ทั้ง 6.20 และ 6.10 เป็น outlier ดังนั้นในการทดสอบค่าที่สังสัยเป็น outlier หรือไม่นั้น ผู้ทดสอบควรพิจารณาข้อมูลเบื้องต้นก่อน ดังภาพที่ 1 หากเลือกใช้สถิติในการทดสอบไม่เหมาะสม จะทำให้การสรุปผลผิดพลาด

นอกจากนี้การตัดค่าที่เป็น outlier ออกนั้นทำให้จำนวนข้อมูลลดลง ดังนั้นห้องปฏิบัติการต้องพิจารณาว่ายังคงเหลือข้อมูลเพียงพอในการนำไปใช้งานหรือไม่ หากไม่เพียงพอจะต้องทดสอบตัวอย่างเพิ่มให้ครบตามมาตรฐานของวิธีที่ทางองค์กรฯ รวมถึงต้องพิจารณาว่าหากมีข้อมูลที่เป็น outlier มากโดยมีการทดสอบซ้ำหลายครั้งในข้อมูลชุดเดียวกัน ผู้ทดสอบจะต้องพิจารณาถึงปัจจัยทางของ การทดสอบดังกล่าวด้วย



ภาพที่ 1 แสดงผลการวิเคราะห์หาปริมาณ polycyclic aromatic hydrocarbon (PAHs) ในตัวอย่างต่อวัน

## เอกสารอ้างอิง

Accuracy (trueness and precision) of measurement methods and results-Part 2 : basic method for the determination of repeatability and reproducibility of a standardmeasurement method. ISO 5725-2 : 1994