การวิเคราะห์ผลการทดสอบโดยใช้สถิติ t-test

ปัญญา คำพยา
นักวิทยาศาสตร์ปฏิบัติการ

คำสำคัญ : t-test

สถิติ t-test ใช้ทดสอบความแตกต่าง หรือเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่ม โดยมีเงื่อนไขว่า ใช้สำหรับการทดสอบข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบปกติ (Normal Distribution) ซึ่งกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่ม ที่ใช้ทดสอบมี 2 ลักษณะคือ เป็นตัวอย่างที่อิสระกัน (Independent Samples) และตัวอย่างที่สัมพันธ์กัน (Related Samples)

1. ตัวอย่างที่อิสระกัน (Independent Samples) แบ่งเป็น 2 กรณี คือ

<u>1.1 เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของผลการทดลองกับค่ามาตรฐาน หรือค่าอ้างอิง กำหนดระดับความเชื่อมั่น α = .05</u>

สถิติทดสอบ $$t = \frac{(\bar{x} - \mu)}{s/\sqrt{n}}$$

เมื่อ	$\bar{x}$	=	ค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง
	μ	=	ค่ามาตรฐาน หรือค่าอ้างอิง
	s	=	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวอย่าง
	n	=	จำนวนครั้งของการวิเคราะห์ตัวอย่าง
	n-1	=	degree of freedom

<u>1.2 เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของผลการทดลองจากวิธีการทดลองที่ต่างกัน</u>

<u>1.2.1 กรณีความแปรปรวนเท่ากัน $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ แต่ไม่ทราบค่า</u>

สถิติทดสอบ $$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{s_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

โดยที่ $$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

เมื่อ	n_1 , n_2	=	จำนวนตัวอย่างของวิธีทดสอบที่ 1 และ 2
	n_1+n_2-2	=	degree of freedom

1.2.2 กรณีความแปรปรวนไม่เท่ากัน $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ แต่ไม่ทราบค่า

สถิติทดสอบ $$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

โดยที่ n_1 , n_2 = จำนวนตัวอย่างของวิธีทดสอบที่ 1 และ 2

$$\frac{(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2})^2}{\left(\frac{\left(s_1^2/n_1\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(s_2^2/n_2\right)^2}{n_2 - 1}\right)} = \text{degree of freedom}$$

ตัวอย่าง การวิเคราะห์หา %w/w ของ Na_2CO_3 ในตัวอย่าง soda ash โดยวิธีไทเทรต โดยส่งตัวอย่างเดียวกันให้ห้องปฏิบัติการ A และห้องปฏิบัติการ B วิเคราะห์ ได้ผลการวิเคราะห์ ดังนี้

ห้องปฏิบัติการ A	ห้องปฏิบัติการ B
86.82	81.01
87.04	86.15
86.93	81.73
87.01	83.19
86.20	80.27
87.00	83.94

จงประเมินผล โดยการเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ จากห้องปฏิบัติการ A และห้องปฏิบัติการ B และประเมินผลของแต่ละห้องปฏิบัติการเทียบกับค่าอ้างอิง 84.50 %

ประเมินผลแบบที่ 1 : เปรียบเทียบระหว่างห้องปฏิบัติการ

ทดสอบความแปรปรวน

ตั้งสมมติฐาน $H_0 : \sigma_A^2 = \sigma_B^2$

$H_1 : \sigma_A^2 \neq \sigma_B^2$

กำหนด α = .05

เปิดตาราง F_{crit} = 7.146

สถิติทดสอบ $F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$

$S_A^2 = 0.102$

$S_B^2 = 4.676$

$F_{exp} = \frac{4.676}{0.102}$

$= 45.84$

$F_{exp} \rangle \; Fcri$

สรุป การทดสอบมีนัยสำคัญ ปฏิเสธ H_0 ค่าความแปรปรวนของการวัด 2 ห้องปฏิบัติการแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

ค่าความแปรปรวนไม่เท่ากัน ใช้สถิติทดสอบ $$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

โดยที่ df = $$\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\left(\frac{\left(s_1^2/n_1\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(s_2^2/n_2\right)^2}{n_2 - 1}\right)} = 5.2 \approx 5$$

ตั้งสมมติฐาน $H_0 : \mu_A = \mu_B$

$H_1 : \mu_A \neq \mu_B$

กำหนด α = .05

เปิดตาราง t_{crit} = 2.571

การคำนวณ

$$\bar{x}_A = 86.83\%$$

$$\bar{x}_B = 82.72\%$$

$$t_{\exp} = \frac{(86.83 - 82.72)}{\sqrt{\frac{0.102}{6} + \frac{4.676}{6}}} = 4.61$$

$$t_{\exp} \rangle \ t_{cri}$$

สรุป การทดสอบมีนัยสำคัญ ปฏิเสธ H_0 ค่าเฉลี่ยของการวัด 2 ห้องปฏิบัติการแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

<u>ประเมินผลแบบที่ 2 : เปรียบเทียบกับค่าอ้างอิง 84.50</u>

ห้องปฏิบัติการ A

ตั้งสมมติฐาน $H_0 : \mu_A = 84.50$

$H_1 : \mu_A \neq 84.50$

กำหนด α = .05

เปิดตาราง t_{crit} = 2.571 s = 0.320

การคำนวณ $$t = \frac{(\bar{x} - \mu)}{s/\sqrt{n}}$$

$$\bar{x}_A = 86.83\%$$

$$t_{\exp} = \frac{(86.83 - 84.50)}{0.320/\sqrt{6}} = 17.83$$

$$t_{\exp} \rangle \ t_{cri}$$

สรุป การทดสอบมีนัยสำคัญ ปฏิเสธ H_0 ค่าเฉลี่ยของการวัดห้องปฏิบัติการ A แตกต่างกับค่าอ้างอิงอย่างมีนัยสำคัญ

ห้องปฏิบัติการ B

ตั้งสมมติฐาน $H_0 : \mu_B = 84.50$

$H_1 : \mu_B \neq 84.50$

กำหนด α = .05

เปิดตาราง t_{crit} = 2.571 s = 2.162

การคำนวณ $$t = \frac{(\bar{x} - \mu)}{s/\sqrt{n}}$$

$$\bar{x}_B = 82.71\%$$

$$t_{\exp} = \frac{(82.71 - 84.50)}{2.162/\sqrt{6}} = -2.02$$

$$t_{\exp} \langle \quad t_{cri}$$

สรุป การทดสอบไม่มีนัยสำคัญ ยอมรับ H_0 ค่าเฉลี่ยของการวัดห้องปฏิบัติการ B ไม่แตกต่างกับค่าอ้างอิงอย่างมีนัยสำคัญ

2. **ตัวอย่างที่สัมพันธ์กัน** (Related Samples)

เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของผลการทดลองจากวิธีการทดลองที่สัมพันธ์กันใช้สถิติทดสอบ Paired t-test

สถิติทดสอบ $$t = \frac{\bar{d}}{s_d/\sqrt{n}}$$

โดยที่ $\bar{d}$ ค่าเฉลี่ยของความแตกต่าง

s_d = ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความแตกต่าง

n = จำนวนตัวอย่าง

n-1 = degree of freedom

ตัวอย่าง การวิเคราะห์หาปริมาณฟอสเฟตในตัวอย่างน้ำ 6 แหล่ง โดยใช้วิธีวิเคราะห์ 2 วิธีที่ต่างกันคือ วิธีที่ปรับปรุง และวิธีมาตรฐาน ได้ผลการวิเคราะห์ดังนี้

ตัวอย่าง	วิธีที่ปรับปรุง	วิธีมาตรฐาน	d_i	$(d_i - \bar{d})$	$(d_i - \bar{d})^2$
1	9.5	8.9	0.6	0.38	1.469
2	12.3	12.8	-0.5	-0.72	0.5136
3	11.3	11.7	-0.4	-0.62	0.3803
4	10.8	10.2	0.6	0.38	0.1469
5	11.2	11.0	0.2	-0.02	0.0003
6	15.9	15.1	0.8	0.58	0.3403
		average	0.2167	sum	1.5283

ตั้งสมมติฐาน $H_0 : \mu_d = \mu_s$

$H_1 : \mu_d \neq \mu_s$

กำหนด α = .05

เปิดตาราง t_{crit} = 2.571

สถิติทดสอบ $t = \frac{\bar{d}}{s_d / \sqrt{n}}$

$$s_d = \sqrt{\frac{\sum \left(d_i - \bar{d}\right)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{1.5283}{6-1}}$$

$$= 0.5529$$

$$t_{\exp} = \frac{\bar{d}}{s_d / \sqrt{n}} = \frac{\bar{d}\sqrt{n}}{s_d}$$

$$= \frac{0.2167}{0.5529}\sqrt{6} = 0.9599$$

$$t_{\exp} \langle \; t_{cri}$$

สรุป การทดสอบไม่มีนัยสำคัญ ยอมรับ H_0 ค่าเฉลี่ยของการวัด 2 วิธี ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

เอกสารอ้างอิง

1. เอกสารประกอบการฝึกอบรมหลักสูตรสถิติสำหรับงานวิเคราะห์ทดสอบและวิจัย, สำนักพัฒนาศักยภาพนักวิทยาศาสตร์ห้องปฏิบัติการ กรมวิทยาศาสตร์บริการ, 24-25 เมษายน 2560.

สำนักพัฒนาศักยภาพนักวิทยาศาสตร์ห้องปฏิบัติการ

กรมวิทยาศาสตร์บริการ

โทรศัพท์ 02-2017439

E-mail : kpanya.@dss.go.th

กันยายน 2560