

# สารบัญ

คำนำพิมพ์ครั้งที่ 3

คำนำพิมพ์ครั้งที่ 2

คำนำพิมพ์ครั้งที่ 1

<b>ส่วนที่ I</b>	<b>ระเบียบวิธีเชิงคำนวณและสมการพื้นฐานของการไหล</b>	<b>1</b>
<b>บทที่ 1</b>	<b>การแก้ปัญหาพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ</b>	<b>3</b>
1.1	บทนำ	3
1.2	กระบวนการแก้ปัญหา	10
1.2.1	สมการเชิงอนุพันธ์ย่อย	11
1.2.2	เงื่อนไขขอบเขต	13
1.2.3	ลักษณะรูปร่าง	15
1.3	องค์ประกอบความรู้ที่จำเป็น	21
1.4	บทสรุป	28
<b>บทที่ 2</b>	<b>สมการเชิงอนุพันธ์ย่อยของการไหล</b>	<b>31</b>
2.1	บทนำ	31
2.2	ค่าอนุพันธ์สัมบูรณ์	32
2.3	สมการเชิงอนุพันธ์มวล	37
2.4	สมการเชิงอนุพันธ์โมเมนตัม	39
2.5	สมการเชิงอนุพันธ์พลังงาน	44
2.6	ระบบสมการนาเวียร์-สโตกส์	50
2.7	เงื่อนไขขอบเขต	54

2.8 บทสรุป	56
แบบฝึกหัด	57

## ส่วนที่ II พลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ 59

บทที่ 3 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	61
3.1 บทนำ	61
3.2 ขั้นตอนโดยทั่วไป	62
3.3 สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ของการไหลในท่อ	67
3.4 ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์	70
3.4.1 เอลิเมนต์หนึ่งมิติ	70
3.4.2 เอลิเมนต์สองมิติ	73
3.4.3 เอลิเมนต์สามมิติ	80
3.5 ระเบียบวิธีถ่วงน้ำหนักเศษตค่าง	83
3.6 การอินทิเกรตเชิงตัวเลข	86
3.7 การประกอบเอลิเมนต์เข้าด้วยกัน	93
3.7.1 ความหมายทางกายภาพ	93
3.7.2 วิธีการรวมสมการไฟไนต์เอลิเมนต์	94
3.8 การแก้ระบบสมการรวม	96
3.8.1 ระบบสมการเชิงเส้น	97
3.8.2 ระบบสมการไม่เชิงเส้น	100
3.9 บทสรุป	104
แบบฝึกหัด	105

<b>บทที่ 4</b>	<b>ไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับปัญหาหนึ่งมิติ</b>	<b>109</b>
4.1	บทนำ	109
4.2	ปัญหาการแพร่กระจายความร้อน	111
4.2.1	สมการเชิงอนุพันธ์	112
4.2.2	สมการไฟไนต์เอลิเมนต์	113
4.2.3	ตัวอย่าง	119
4.3	ปัญหาการพาและการแพร่กระจายความร้อน	130
4.3.1	สมการเชิงอนุพันธ์	130
4.3.2	สมการไฟไนต์เอลิเมนต์	131
4.3.3	ตัวอย่าง	133
4.4	การสั่นของผลลัพท์	139
4.4.1	ที่มาของการสั่นของผลลัพท์	139
4.4.2	การแก้ไขการสั่นของผลลัพท์	142
4.4.3	ตัวอย่าง	145
4.5	สมการเบอร์เกอร์	149
4.5.1	สมการเชิงอนุพันธ์	149
4.5.2	สมการไฟไนต์เอลิเมนต์	150
4.5.3	การประยุกต์ระเบียบวิธีนิวตัน-ราฟสัน	153
4.5.4	ตัวอย่าง	158
4.6	บทสรุป	160
	แบบฝึกหัด	161
<b>บทที่ 5</b>	<b>ไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับปัญหาสองมิติ</b>	<b>167</b>
5.1	บทนำ	167
5.2	ปัญหาการแพร่กระจายความร้อน	168
5.2.1	สมการเชิงอนุพันธ์	168
5.2.2	สมการไฟไนต์เอลิเมนต์	170

5.2.3	การประยุกต์สู่ปัญหาอื่น ๆ	184
5.3	ปัญหาการพาและการแพร่กระจายความร้อน	193
5.3.1	สมการเชิงอนุพันธ์	194
5.3.2	สมการไฟไนต์เอลิเมนต์	195
5.3.3	ตัวอย่าง	197
5.4	การไหลแบบศักย์	202
5.4.1	สมการเชิงอนุพันธ์	202
5.4.2	สมการไฟไนต์เอลิเมนต์	207
5.4.3	ตัวอย่าง	210
5.5	บทสรุป	214
	แบบฝึกหัด	216
<b>บทที่ 6</b>	<b>การไหลแบบหนืดโดยไม่รวมพจน์การพา</b>	<b>221</b>
6.1	บทนำ	221
6.2	สมการเชิงอนุพันธ์	222
6.3	สมการไฟไนต์เอลิเมนต์	226
6.4	ไฟไนต์เอลิเมนต์เมทริกซ์	229
6.4.1	การประดิษฐ์ในรูปแบบเมทริกซ์	231
6.4.2	การประดิษฐ์ในรูปแบบเทนเซอร์	235
6.5	ไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์	237
6.5.1	ขั้นตอนการคำนวณ	238
6.5.2	โปรแกรมคอมพิวเตอร์	240
6.6	ตัวอย่าง	242
6.6.1	การไหลระหว่างแผ่นคู่ขนาน	242
6.6.2	การไหลในท่อ	245
6.6.3	การไหลที่เกิดการเปลี่ยนแปลงตามความยาวท่อ	249

6.6.4 การอัดรีดโลหะ	253
6.7 บทสรุป	260
แบบฝึกหัด	261
<b>บทที่ 7 การไหลแบบหนืดโดยรวมพจน์การพา</b>	<b>267</b>
7.1 บทนำ	267
7.2 สมการเชิงอนุพันธ์	269
7.3 สมการไฟไนต์เอลิเมนต์	272
7.4 ไฟไนต์เอลิเมนต์เมทริกซ์	277
7.5 การประยุกต์ระเบียบวิธีนิวตัน-ราฟสัน	284
7.6 ไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์	287
7.6.1 ขั้นตอนการคำนวณ	287
7.6.2 โปรแกรมคอมพิวเตอร์	289
7.7 ตัวอย่าง	292
7.7.1 การไหลหมุนวนในช่องสี่เหลี่ยม	292
7.7.2 การไหลในท่อโรงไฟฟ้า	297
7.7.3 การไหลข้ามท่อทรงกระบอก	299
7.7.4 การไหลในท่อลื่นหัวใจ	300
7.7.5 การไหลผ่านลำตัวรถ	301
7.8 บทสรุป	305
แบบฝึกหัด	307
<b>บทที่ 8 การไหลแบบหนืดโดยรวมพจน์การพาและผลจากอุณหภูมิ</b>	<b>313</b>
8.1 บทนำ	313
8.2 สมการเชิงอนุพันธ์	315
8.3 สมการไฟไนต์เอลิเมนต์	321

8.4	ไฟไนต์เอลิเมนต์เมทริกซ์	326
8.5	การประยุกต์ระเบียบวิธีนิวตัน-ราฟสัน	331
8.6	ตัวอย่าง	335
8.6.1	การไหลเนื่องจากการพาความร้อนในช่องสี่เหลี่ยมจัตุรัส	335
8.6.2	การไหลเนื่องจากการพาความร้อนระหว่างผิวที่อกลม	338
8.6.3	การไหลเนื่องจากการพาความร้อนระหว่างผิวที่อกลม หลายท่อ	340
8.6.4	การไหลผ่านกล่องสี่เหลี่ยมอุณหภูมิตั้งกึ่งกลาง	343
8.6.5	การไหลในอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อน	346
8.7	บทสรุป	349
	แบบฝึกหัด	350
<b>บทที่ 9</b>	<b>การไหลแบบอัดตัวได้</b>	<b>357</b>
9.1	บทนำ	357
9.2	สมการเชิงอนุพันธ์	359
9.3	สมการไฟไนต์เอลิเมนต์	362
9.4	ไฟไนต์เอลิเมนต์เมทริกซ์	371
9.4.1	เอลิเมนต์สามเหลี่ยม	371
9.4.2	เอลิเมนต์สี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า	374
9.5	ตัวอย่าง	379
9.5.1	การไหลแบบไม่หนืดผ่านพื้นเอียง	379
9.5.2	การไหลแบบไม่หนืดผ่านผิวโค้ง	381
9.5.3	การสะท้อนของคลื่นช็อกในช่องแคบ	384
9.5.4	การไหลแบบหนืดผ่านแผ่นเรียบปลายแหลม	386
9.6	บทสรุป	391
	แบบฝึกหัด	393

**ส่วนที่ III พลาสติกของไหลเชิงคำนวณด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์วอลูม 399**

**บทที่ 10 ไฟไนต์วอลูมสำหรับปัญหาหนึ่งมิติ 401**

10.1 บทนำ 401

10.2 ปัญหาการแพร่กระจายความร้อน 402

10.2.1 สมการเชิงอนุพันธ์ 403

10.2.2 สมการไฟไนต์วอลูม 404

10.2.3 ตัวอย่าง 407

10.3 ปัญหาการพาและการแพร่กระจายความร้อน 411

10.3.1 สมการเชิงอนุพันธ์ 411

10.3.2 สมการไฟไนต์วอลูม 413

10.3.3 ตัวอย่าง 415

10.4 วิธีอัปวินด์ 419

10.4.1 แนวคิด 419

10.4.2 สมการไฟไนต์วอลูม 420

10.4.3 ตัวอย่าง 422

10.5 บทสรุป 428

แบบฝึกหัด 429

**บทที่ 11 ไฟไนต์วอลูมสำหรับปัญหาสองมิติ 435**

11.1 บทนำ 435

11.2 ปัญหาการแพร่กระจายความร้อน 436

11.2.1 สมการเชิงอนุพันธ์ 436

11.2.2 สมการไฟไนต์วอลูม 438

11.2.3 ตัวอย่าง 442

11.3 ปัญหาการพาและการแพร่กระจายความร้อน 450

11.3.1 สมการเชิงอนุพันธ์ 450

11.3.2	สมการไฟไนต์วอลุ่ม	451
11.3.3	วิธีผลต่างแบบตรงกลาง	452
11.3.4	วิธีอัปวินด์	453
11.4	ปัญหาการไหลแบบหนืดโดยรวมพจน์การพา	454
11.4.1	สมการเชิงอนุพันธ์	455
11.4.2	กริดเชิง	458
11.4.3	สมการไฟไนต์วอลุ่ม	462
11.4.4	ตัวอย่าง	469
11.5	บทสรุป	477
	แบบฝึกหัด	479
<b>บทที่ 12</b>	<b>ไฟไนต์วอลุ่มสำหรับการไหลแบบอัดตัวได้</b>	<b>491</b>
12.1	บทนำ	491
12.2	สมการเชิงอนุพันธ์	493
12.3	การไหลแบบไม่รวมความหนืด	496
12.4	การไหลแบบรวมความหนืด	502
12.5	โปรแกรมคอมพิวเตอร์	506
12.5.1	ขั้นตอนการคำนวณ	507
12.5.2	โปรแกรมคอมพิวเตอร์	508
12.6	การปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติ	511
12.6.1	แนวความคิดพื้นฐาน	512
12.6.2	ขนาดและการวางตัวของเอลิเมนต์	513
12.6.3	การสร้างเอลิเมนต์ในโดเมน	516
12.7	ตัวอย่าง	517
12.7.1	การสะท้อนของคลื่นช็อก	518
12.7.2	การขยายตัวจากการไหลความเร็วสูง	520



	12.7.3 การไหลผ่านท่อทรงกระบอก	523
	12.7.4 การสะท้อนของคลื่นช็อกในช่องแคบ	525
	12.7.5 การไหลแบบหนืดหน้าจ็ปนาวู	527
	12.8 บทสรุป	530
	แบบฝึกหัด	532
<b>ภาคผนวก ก</b>	<b>โปรแกรมย่อยเพื่อใช้แก้ระบบสมการรวม</b>	<b>539</b>
	ก.1 โปรแกรม Gauss โดยระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์	540
	ก.2 โปรแกรม LUdecom โดยระเบียบวิธีการกำจัดแบบแอลยู	541
<b>ภาคผนวก ข</b>	<b>ไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ Stokes</b>	
	<b>สำหรับการไหลแบบหนืดโดยไม่รวมพจน์การพา</b>	<b>543</b>
	ข.1 รายละเอียดของโปรแกรม	544
	ข.2 ตัวอย่างการใช้โปรแกรม	549
<b>ภาคผนวก ค</b>	<b>ไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ Navier</b>	
	<b>สำหรับการไหลแบบหนืดโดยรวมพจน์การพา</b>	<b>555</b>
	ค.1 รายละเอียดของโปรแกรม	556
	ค.2 ตัวอย่างการใช้โปรแกรม	565
<b>ภาคผนวก ง</b>	<b>ไฟไนต์วอลูมโปรแกรมคอมพิวเตอร์</b>	
	<b>สำหรับปัญหาการแพร่กระจายและการพา</b>	<b>573</b>
	ง.1 ตัวอย่างการแพร่กระจายความร้อนในหนึ่งมิติ	573
	ง.2 ตัวอย่างการแพร่กระจายพร้อมการพาความร้อนในหนึ่งมิติ	576
	ง.3 ตัวอย่างการแพร่กระจายพร้อมการพาความร้อนด้วยวิธีอัปวินด์	580
	ง.4 ตัวอย่างการแพร่กระจายความร้อนในสองมิติ	582

ภาคผนวก จ	ไฟในตู้วอลุ่มโปรแกรมคอมพิวเตอร์ SIMPLE สำหรับการไหลแบบหนืดโดยรวมพจน์การพา	589
จ.1	แนวคิดของการประดิษฐ์โปรแกรมคอมพิวเตอร์	590
จ.2	รายละเอียดของโปรแกรมคอมพิวเตอร์	595
จ.3	ตัวอย่างของผลลัพธ์	600

ภาคผนวก ฉ	ไฟในตู้วอลุ่มโปรแกรมคอมพิวเตอร์ hiflow สำหรับการไหลแบบไม่หนืดแต่อัดตัวได้	603
ฉ.1	รายละเอียดของโปรแกรม	604
ฉ.2	ตัวอย่างการใช้โปรแกรม	617

บรรณานุกรม		625
------------	--	-----

ดรรชนี		633
--------	--	-----

# พลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ

## ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์และไฟไนต์วอลุ่ม

เลขหมู่ 620.1064  
ป452  
2559  
เลขทะเบียน 20187  
วันที่ 22 พ.ย. 2559  
บ. 116507

ปราโมทย์ เดชะอำไพ



สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2559

680.-